définie au B/ et les droites d'équations $x=-1$ et $x=0$.

On donnera la valeur exacte de cette aire ainsi qu'une valeur approchée à 10^{-3} près.

D/ On définit la suite (u_n) définie par $u_0=0$ et $u_{n+1}=f(u_n)$ pour tout $n\in\mathbb{N}$.

1. Montrer que $f([0,1])\subset[0,1]$ et en déduire que pour tout $n\geq 0$, $u_n\in[0,1]$.

2. Montrer par récurrence que la suite (u_n) est croissante.
En déduire qu'elle converge vers un réel α.

3. Vérifier que $f(\alpha)=\alpha$ et $0<\alpha<1$.

4. Utiliser le graphique de f, pour donner une valeur approchée de α à 10^{-1} près.

29 Un corps dont la température initiale θ_0 est égale à 30 °C, est placé dans une ambiance dont la température T est constante.
La température de ce corps est une fonction du temps $\theta : t\mapsto\theta(t)$.
Une loi de physique (Newton) énonce que la dérivée de θ est proportionnelle à la différence entre la température ambiante et la température du corps.
On a donc $\theta'(t)=k[T-\theta(t)]$ où k est le coefficient de proportionnalité fixé par la nature, la forme, la taille, etc. du corps.
On prend $k=0.1$ et $\theta_0=30$ °C, la température pour $t=0$.
Le temps est exprimé en minutes, les températures en degrés Celsius.
1. Exprimer cette loi à l'aide d'une équation différentielle en précisant les conditions initiales.
2. Dans cette question, T, la température ambiante, est 100 °C.
a. Déterminer θ, la solution de cette équation différentielle.
b. Calculer la limite de θ quand t tend vers $+\infty$ et interpréter ce résultat.
3. Représenter les courbes d'évolution de la température en fonction du temps pour $T=100$ °C, $T=30$ °C et $T=-10$ °C.

30 Un fil conducteur parcouru par un courant électrique d'intensité constante s'échauffe par effet Joule et sa température, en degrés Celsius, est une fonction θ du temps t exprimé en secondes .On choisit l'instant de mise sous tension comme origine des temps $(t=0)$ et, à cet instant, la température du conducteur est égale à 0 °C.

Dans les conditions de l'expérience, la fonction θ vérifie $\theta'(t)+0.1\theta(t)=2$.

1. Déterminer $\theta(t)$, $t\in\mathbb{R}_+$.

2. a. Quelle température atteint le conducteur au bout de dix secondes, au bout d'une minute ?
b. Calculer la limite de $\theta(t)$ quand t tend vers $+\infty$ et interpréter cette limite.

31 A/ On considère la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{3e^{\frac{x}{5}}}{e^{\frac{x}{5}}+2}$ et C sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthogonal. (L'unité graphique étant 1cm sur l'axe des abscisses et 5cm sur l'axe des ordonnées).

1. Etudier les variations de la fonction f et préciser les asymptotes de C.

2. Donner l'équation de la tangente T à C au point d'abscisse 0.

3. Tracer C, la tangente et les asymptotes.

4. a. Trouver la primitive de f qui s'annule en 0.
b. Calculer le nombre qui mesure (en unités d'aire) l'aire de la partie du plan limitée par l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées, la courbe (C) et la droite d'équation $x=5$.

B/ 1. Une population de poissons d'une certaine espèce croît au cours des ans selon la loi $g'=\dfrac{g}{5}$ (I), où g désigne la quantité de poissons (exprimée en milliers) dépendant du temps t (exprimé en années).
a. Résoudre l'équation différentielle (I).

b. Sachant qu'à l'instant $t=0$, la population comprend un millier de poissons, trouver l'expression de g.

2. En réalité, un prédateur de cette espèce empêche une telle croissance, tuant chaque année une certaine quantité de poissons (dépend de l'effectif total).
La population suit alors la loi : $g'=\dfrac{g}{5}-\dfrac{g^2}{15}$ (II).

Qarray.tn - Aqra Blech- Qarray.tn